2進数の加算

- 2進数の加算は10進数の加算と変わらない
- 加算の結果が2になると桁上げ（繰り上がり、carry）が起こり、その桁は0になる

0	0	1	1
+ 0	+ 1	+ 0	+ 1
0	1	1	10

2進数		10進数
00010101	…	21
+ 00000101	…	5
00011010	…	26

2進数		10進数	
00010111	…	23	
+ 00001001	…	9	
?	…	?	← Question

2進数の減算・負の数の表現

- これまで、正の数しか考えてこなかった。では、負の数はどう表現するか
- また、手計算であれば、2進数の減算も10進数の減算と同じやり方も考えられるが、コンピュータの世界では、減算問題を加算問題に変えて行うのが一般的
- つまり、10進数でも減算問題の5-3を加算問題の5+(-3)に見方を変えると同様、2進数の減算$(X)_2$-$(Y)_2$も$(X)_2$+負数の$(Y)_2$に変えることが可能
- したがって、ポイントは、この負数の$(Y)_2$ …つまり、2進数の負数をどう表現するかである

2進数の減算・負の数の表現

- 一般的に、正数Aに対して、-AとはA+B=0を満たす数Bである（これはまさに負数の定義）
- 2進数$(A)_2$に対しても、$(A)_2+(B)_2=(0)_2$を満たす2進数$(B)_2$は、負の$(A)_2$を表現していることになる
- 実際、この$(0)_2$は桁数が固定（決まった桁数のみ使用）の場合の0である
  - たとえば固定の桁数が4であれば、桁あふれが生じて下位四ビットが0($1$0000)$_2$のことを指す
- 注意：コンピュータの世界では手計算と違って、必ず有効桁数というものがあるので、上記考えで負数表現が実現できる

負の数の表現

- ではこのような$(B)_2$はどうやって、$(A)_2$からもとめるか？
- 固定の桁数が8で$(A)_2$=00000101とする

A: 00000101

⇩各ビットを反転

C: 11111010

⇩A+C

A+C: 11111111

⇩1を足す

A+C+1: 100000000

⇩

B

$(A)_2$の各ビットを反転させ、それに1を足すことで$(B)_2$が得られる。

この$(B)_2$を$(A)_2$の2の補数という。

ちなみに、$(C)_2$を$(A)_2$の1の補数ともいう

演習02-1

2進数の負数を求める問題

manaba: 3分

負の数の表現

- 以上をまとめると、
  ① 負の数は「2の補数」でもとめることができる
  ② 最上位ビットが0か1で正数・負数を表現できそう

8ビットの場合の正数・負数の2進数表現（8ビット符号付き2進数）

10進数	2進数（2の補数による負数の表現）
127	01111111
126	01111110
⋮	⋮
2	00000010
1	00000001
0	00000000
-1	11111111
-2	11111110
⋮	⋮
-127	10000001
-128	10000000

2^8=256通り

符号ビット

8ビットの場合の正数・負数の2進数表現（8ビット符号付き2進数）

10進数	2進数（2の補数による負数の表現）
127	01111111
126	01111110
⋮	⋮
2	00000010
1	00000001
0	00000000
-1	**11111111**
-2	11111110
⋮	⋮
-127	**10000001**
-128	**10000000**

(-1)+(-127)=-128

2^8=256通り

符号ビット

演習02-2

- 前の表の通りで数を8ビットの符号付き2進数で表現するとした場合、正負の2進数の10進数をもとめる問題
- manaba:5分

補足

- 0は$(00000000)_2$なので、これの2の補数（補数+1）も同じく$(00000000)_2$である
- つまり、このような負数の求め方は、0についても不備はない

8ビットで符号なし2進数表現

10進数	2進数
255	11111111
254	11111110
⋮	⋮
129	10000001
128	10000000
127	01111111
126	01111110
⋮	⋮
1	00000001
0	00000000

2^8=256通り

2進数の減算

- 2の補数への加算に変換
- 42-17=42+(-17)

```
  00101010  …   42
+ 11101111  …(-17)
-----------------
 100011001  …   25
```

←17の2の補数で求める

あふれが出た。これを無視

- 12-17=12+(-17)

```
  00001100  …   12
+ 11101111  …(-17)
-----------------
  11111011  …   -5
```

演習02-3

- 2進数の減算問題
- manaba: 8分

演習（オーバーフローについて）

1. 120を8ビット符号付きまたは符号なしの2進数に変換すると01111000となり、30は00011110となる。
   a. これらを符号付き2進数とみなしその和を8ビット固定で計算して2進数と10進数で答えなさい
   b. これらを符号なし2進数とみなしその和を8ビット固定で計算して2進数と10進数で答えなさい
2. -120と-30を8ビット符号付き2進数に変換し、その和を8ビット固定で計算して2進数と10進数で答えなさい

オーバーフロー

- 固定の桁数（今の場合8）で表した数同士の演算の結果が、その桁数で表せる範囲を外れてしまうことを、オーバーフロー という
- 8ビット符号付きの値の範囲：-128～127
- 8ビット符号なしの値の範囲：0～255